#### Cíle

Cílem úlohy je experimentálně ověřit teoretické časové závislosti napětí a proudu v obvodu střídavého proudu s reálnou cívkou a osvojit si praktickou metodu určení indukčnosti cívky pomocí střídavého proudu. Dílčím cílem je potom prohloubit dovednost aproximace naměřených dat křivkou odpovídající požadované závislosti – tzv. fitování naměřených hodnot.

# Zadání úlohy

Určete indukčnost cívky pomocí střídavého proudu, ověřte teoretický průběh napětí a proudu v obvodu střídavého proudu s reálnou cívkou v závislosti na typu jádra cívky.

## Pomůcky

počítač s programem PASCO Capstone, měřicí rozhraní 550 Universal Interface, senzor napětí, CI senzor elektrického proudu, cívka 1000 závitů se skládacím jádrem, multimetr s měřením elektrického odporu a indukčnosti, propojovací vodiče

## Teoretický úvod

Připojíme-li cívku ke zdroji střídavého napětí o frekvenci *f*, začne obvodem procházet elektrický proud, který má stejně jako napětí harmonický průběh a je za napětím fázově opožděn o hodnotu  $0 - \pi/2$  rad, oba průběhy jsou znázorněny na obrázku 1.



Obr. 1: Závislost proudu a napětí na čase u cívky v obvodu střídavého proudu

Obě závislosti okamžitého napětí u a okamžitého proudu i na čase t můžeme popsat rovnicemi

$$u = U_{\rm m} \sin(\omega t + \varphi_u), \quad (1)$$
  
$$i = I_{\rm m} \sin(\omega t + \varphi_i), \quad (2)$$

kde  $U_{\rm m}$  a  $I_{\rm m}$  jsou maximální hodnoty napětí a proudu,  $\varphi_u$  a  $\varphi_i$  jsou počáteční fáze napětí a proudu a  $\omega$  je úhlová frekvence, kterou lze vyjádřit pomocí frekvence f daného střídavého napětí a proudu vztahem

$$\omega = 2\pi f. \quad (3$$

Poměr maximálního napětí a maximálního proudu v obvodu střídavého proudu s ideálním cívkou (bez uvažování jejího odporu) se nazývá **induktance** a závisí na **indukčnosti** *L* cívky a úhlové frekvenci  $\omega$  střídavého proudu vztahem:

$$X_L = \frac{U_{\rm m}}{I_{\rm m}} = \omega L \quad (4)$$

Hodnota indukčnosti L cívky je přitom určena počtem a tvarem závitů a do značné míry také typem a

tvarem jádra cívky.

Fázový posun mezi napětím a proudem vyjádřený vztahem

$$\Delta \varphi = \varphi_u - \varphi_i \quad (5)$$

má u ideální cívky hodnotu  $\pi/2$  rad.

Reálná cívka se v obvodu střídavého proudu projevuje navíc svou **rezistancí** *R*, která má stejnou velikost jako elektrický odpor závitů cívky. Výsledná impedance *Z*, vyjadřující odpor cívky vůči průchodu elektrického proudu, je pak dána fázorovým součtem induktance a rezistence a její velikost můžeme vyjádřit vztahem:

$$Z = \frac{U_{\rm m}}{I_{\rm m}} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (6)$$

Velikost fázového posunu mezi napětím a proudem je potom u reálné cívky obecně menší než  $\pi/2$  rad a jeho konkrétní velikost závisí na poměru indukčnosti a rezistance.

Naměřené závislosti napětí a proudu na čase můžeme pomocí takzvaného fitování proložit obecnou harmonickou funkcí ve tvaru

$$y = A\sin(\omega t + \varphi) + C, \quad (7)$$

kde proměnná y odpovídá okamžité hodnotě napětí, nebo proudu.

Srovnáním vztahu (7) s rovnicemi (1) a (2) dále zjistíme, že konstanta *A* představuje maximální hodnotu napětí, nebo proudu, konstanta  $\omega$  představuje úhlovou frekvenci a konstanta  $\varphi$  odpovídá počáteční fázi napětí, respektive proudu. Poslední konstanta *C* vyjadřuje posun funkce sinus ve směru osy *y* a nemá tedy pro nás bezprostřední význam (v případě správně kalibrovaných měřidel by měla dosahovat přibližně nulové hodnoty).

## Příprava úlohy (praktická příprava)

K měřicímu rozhraní 550 Universal Interface připojíme senzory elektrického napětí a proudu (senzor napětí do vstupu A, senzor proudu do vstupu B) a rozhraní propojíme s počítačem. Podle obr. (2) sestavíme elektrický obvod s cívkou bez jádra, jako zdroj střídavého napětí bude přitom sloužit výstup generátoru měřicího rozhraní (OUTPUT). Jeden kabel z výstupu zatím necháme odpojený.



Obr. 2: Schéma zapojení elektrického obvodu

#### Postup práce

#### Nastavení HW a SW

Spustíme program počítač s programem PASCO Capstone a v levém menu otevřeme *Nastavení hardwaru*. Zobrazí se připojené rozhraní se senzorem napětí zapojeném do vstupu A. Klikneme na vstup B a ze seznamu vybereme *CI Senzor elektrického proudu*. Zavřeme *Nastavení hardwaru* a dvojklikem na první ikonku s grafem v pravém menu zvolíme grafické znázornění na hlavní ploše.

V horním menu grafu klikneme na ikonku s dvěma souřadnicovými osami, žlutou oblastí a zelenou hvězdičkou, která *Umožňuje do zobrazení Graf přidat další oblast grafu*, čímž se zobrazí dva grafy nad sebou. Kliknutím na svislou osu horního grafu vybereme zobrazení *Napětí, kanál A*, u spodního grafu vybereme *Proud, kanál B*. Na společné vodorovné ose se automaticky nastaví Čas.

V dolním menu nastavíme vzorkovací frekvenci měření na 5 kHz. Dále klikneme v dolním menu na ikonku *Nastavení záznamu dat*, otevřeme položku *Nastavení ukončení záznamu dat* a zvolíme *Typ podmínky* – *Na základě času*, Čas záznamu 0,1 s, potvrdíme *OK*.

V levém menu klikneme na ikonku *Generátor signálu*, otevřeme nabídnutou položku *PASCO 550 Výstup* a v dialogu nastavíme hodnotu *Frekvence* na 50 Hz, *Amplituda* 1 V. Ostatní položky necháme přednastavené, stiskem tlačítka *Zapnout* přivedeme napětí na výstup a kliknutím na ikonku *Generátor signálu* nastavení zavřeme.

#### Vlastní měření (záznam dat)

Připojíme zbývající kabel k výstupu generátoru a spustíme měření stiskem ikonky *Zaznamenat data* v dolním menu. Na hlavní ploše se zobrazí průběh napětí a proudu, který můžeme zvětšit na celou plochu stiskem první ikonky v horním menu grafu. Po zobrazení hodnot opět rozpojíme obvod vytažením jednoho z kabelů z výstupu generátoru.

Po analýze naměřených závislostí opakujeme měření tak, že v nastavení generátoru změníme hodnotu napětí Amplituda na jinou hodnotu (1 - 5 V). Po pěti měřeních s různými amplitudami napětí vložíme do cívky rovné jádro a opakujeme měření opět pro pět různých amplitud napětí (1 - 5 V). Stejně proměříme následně cívku navlečenou na U jádře a cívku s uzavřeným jádrem. **Elektrický obvod necháváme zapojený vždy jen na krátkou dobu měření, poté jeden kabel z výstupu odpojíme!** 

Pomocí multimetru změříme elektrický odpor závitů cívky.

#### Analýza naměřených dat

Pro analýzu naměřených závislostí nejdříve klikneme kamkoli do horního grafu napětí a následně stiskem šipky u sedmé ikonky v horním menu grafu *Proložit zvolenou funkci vybranými daty* otevřeme nabídku a vybereme jako fitovací funkci *Sinus*. V grafu napětí se zobrazí příslušná funkce sinus, odpovídající nejlépe naměřeným hodnotám, spolu s uvedenými hodnotami konstant *A*,  $\omega$ ,  $\varphi$ , *C* v rámečku. Do připravené tabulky zapíšeme hodnoty maximálního napětí, úhlové frekvence a počáteční fáze napětí, odpovídající po řadě konstantám *A*,  $\omega$ ,  $\varphi$ .

Stejným způsobem klikneme do oblasti spodního grafu proudu a fitujeme ho také funkcí *Sinus*. V tomto případě už opisujeme do tabulky pouze konstanty *A* a  $\varphi$ , odpovídající maximálnímu proudu a počáteční fázi proudu. Pozor, pokud je hodnota konstanty *A* u grafu napětí nebo proudu záporná, musíme k příslušnému,  $\varphi_u$  nebo  $\varphi_i$  přičíst  $\pi$  rad!

Při opakovaném měření s jinými hodnotami napětí už zůstává funkce *Proložit zvolenou funkci vybranými daty* aktivována a nemusíme ji znovu nastavovat, u naměřených dat se hned zobrazí i proložená závislost s příslušnými konstantami.

Z naměřených hodnot spočítáme úpravou vztahu (6) indukčnost cívky vždy pro pět různých napětí a následně určíme aritmetický průměr indukčností z měření pro cívku s konkrétním typem jádra. Výsledky porovnáme s hodnotami indukčnosti naměřenými multimetrem.

Dále vypočítáme u jednotlivých měření fázový rozdíl mezi napětím a proudem pomocí vztahu (6) – pokud vyjde v některých případech záporná hodnota, přičteme k ní hodnotu jedné periody, tj.  $2\pi$  rad, abychom získali fázový posun v jednotném kladném formátu (pokud vyjde rozdíl  $\Delta \varphi$  větší než  $2\pi$ , jednu periodu – tj.  $2\pi$  rad odečteme). Diskutujeme vliv jádra na indukčnost cívky a fázový posun mezi napětím a proudem.

